日本データベース学会和文論文誌
Vol. 18-J, Article No. 14, 2020 年 3 月

中継可能な協調型輸送の提案とアルゴリズムの効率化

藤井 貴彬 [1]　浅野 泰仁 [2]

近年，宅配サービスによる荷物の輸送は急速に増加しているが，宅配業者の数は十分には対応出来ておらず，個々の負担が増加している．そこで我々は一般の人でもより気軽に参加できるように，複数の輸送者が一つの荷物を中継を挟んで輸送することを可能とした “中継可能な協調型輸送モデル” を提案した．本研究でこの輸送モデル定式化を行い，厳密解法を考案しを求めた．その結果，問題の性質として有向非巡回グラフ (DAG) が重要であること，計算時間が問題になることを特定した．さらに，計算時間を軽減するため効率的に探索木を枝刈りをする手法を新たに考案し，より計算時間を軽減することも可能になった．これらより，我々のモデル及びアルゴリズムは宅配業者の負担を軽減する取組みの一つとして期待される．

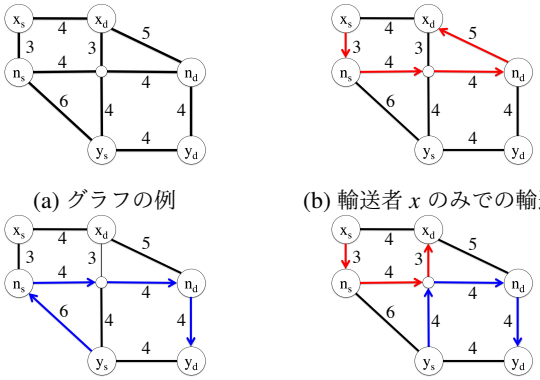
1　はじめに

スマートフォンやパソコンの普及により，インターネットがより身近なものとなり，それに伴い Amazon.com*1などのオンラインショッピングの需要も増加している．結果として，オンラインショッピングで注文された商品を配送するために輸送形態も変化した．Jiang ら [1] や Mallapragada ら [2]，Xu ら [3] もオンラインショッピングが我々の生活に影響を与え，利便性や値段を変化させていると述べている．しかし，サービスなどが充実すればするほど配送する荷物も増加し，運送業者の負担も増加している．実際に日本の運送業者であるヤマト運送は輸送サービスの負担が大きすぎると発表している*2．

運送業者の負担の増加は解決すべき問題としてすでに認識されており，負担を軽減しようと様々な試みが行われている．その一つの例として，協調型輸送がある．これは運送業者のみが輸送を行うのではなく，様々な人が参加する輸送を行うものである．その例として，Amazon は既存の配達業者ではなく一般の人が荷物を配送する新しいオンデマンドのサービス，Amazon Flex*3を開始した．また，様々な配送・輸送サービスを提供している Uber が Uber Freight*4という協調型輸送サービスを開始した．Uber Freight は有資格の運送業者や個人トラック運転手が輸送する貨物を手軽に探して受注できるようにしたオンデマンドのサービスである．

[1] 学生会員　京都大学情報学研究科
lab5fujii@gmail.com
[2] 正会員　東洋大学情報連携学部
yasuhito.asano@iniad.org

*1 https://www.amazon.co.jp
*2 https://mainichi.jp/articles/20170407/k00/00e/020/198000c
*3 https://flex.amazon.com
*4 https://freight.uber.com



(a) グラフの例　(b) 輸送者 x のみでの輸送
(c) 輸送者 y のみでの輸送　(d) 二人による輸送

図 1　協調型輸送が有用である例

このような協調型輸送サービスは一人の人が一つの荷物をサービスセンターやショップから目的地まで運ぶものである．その結果，比較的長い時間と長距離の配送に従事できる人しかこの輸送に参加できない．そこで我々は複数の輸送者が一つの荷物を配送するサービスについて考えた．例えば，ある人が学校へ通学するとき，荷物を自分の家に近い施設 A(例えばコンビニエンスストア) から学校に近い施設 B に少し迂回して持っていく．そして，施設 B の近くに住んでいるもう一人がそこから荷物を引き継いで，通勤するついでに仕事場近くの施設 C へ運ぶ．結果的に，施設 A から施設 C まで運んだ二人は日頃の通学や通勤から少し多く移動するだけ済むはずであるため，それほど負担はないはずである．この中継可能な協調型輸送によって，荷物を最終目的地まで輸送者の個々の負担をかけることなく運ぶことが可能になる．しかし，我々の知る限り，荷物を輸送するときに中継を許した協調型輸送の理論モデルは提案されていない．したがって，我々の論文の一つ目の貢献点としては，中継可能な協調型輸送の提案と定式化を行ったことである．

図 1 は中継可能な協調型輸送が有用である具体的なグラフの例である．(a) のようなグラフについて考え，各円はグラフの節点を表している．節点にある記号は，二人の輸送者 x と y と一つの荷物 n の出発地点を表す x_s, y_s, n_s と目的地点を表す x_d, y_d, n_d である．また各辺の値は節点間の距離を示している．このグラフにおいて，輸送者 x と y は両者共にただ目的地点に到達するだけならば距離 4 だけで移動できる．次に (b) のように輸送者 x が一人で荷物を輸送するならば合計距離が 16 となり，12 増加することとなる．一方 (c) のように輸送者 y が一人で荷物を輸送するならば合計距離が 18 となり，14 増加することとなる．しかし，(d) のように二人で輸送した場合ならば，輸送者 x の合計距離は 10，輸送者 y の合計距離は 12 となり，それぞれの増加した距離は 6 と 8 になる．このように，中継可能な協調型輸送により二人で輸送すれば，一人一人の迂回する負担は一人で輸送するより小さくすることができる．

我々の研究の二つ目の貢献点は提案した輸送モデルの厳密解アルゴリズムである．我々は厳密解アルゴリズムの考案にあたり，そのアルゴリズムが正しいことを証明した．この証明にはモデル

の興味深い理論的性質も含まれていた．性質を大まか言えば，各輸送者に割り当てられた荷物の輸送経路の辺の関係を表したグラフを作成し (このグラフを “輸送順序関係グラフ” と言う)，このグラフが有向非巡回グラフ (DAG) でなければ割当てが実行可能ではないというものである．我々が扱う問題は多項式時間内に正確には解くことができないと予想され，実際に提案した手法も多項式時間では解けなかった．しかし，我々は上記の性質も利用して冗長な割当ての候補を枝刈りする方法も提案した．

2 関連研究

複数人が合流するときにそれぞれ最短距離の合計が最小となる地点を求める研究に，Yan らの研究 [4] がある．更にこの研究を発展させたものとして，複数人が好きな経路を持ち，それぞれの経路からの迂回した最短距離の合計が最小となる地点を求める研究に，Ahmadi と Nascimento の研究 [5] がある．

本研究でも，一つの荷物を複数の輸送者によって輸送される場合には荷物を引き継ぐ中継地点が存在するため，輸送者と輸送者がどこで合流するべきかを決定しなければならない．しかし，[4] [5] の研究と異なり，合流地点と輸送者の位置だけではなく荷物の出発地点及び目的地点も考慮しなければならない．また，本研究では輸送者及び荷物に出発時刻と到着時刻が存在する．そのため，輸送者の移動距離の合計を最小にするだけでは出発時刻及び到着時刻を満たさない場合が存在する．よって，それら時間制約も考慮して移動距離の合計を最小にする必要がある．

次に Dantzig と Ramserfor により提唱された配送問題がある [6]．この問題は特定の施設にある輸送車が顧客の荷物を輸送・回収する問題である．配送計画問題には条件設定によって様々な問題に分類される．Nagy と Salhi の研究 [7]，Ho らの研究 [8]，Yu らの研究 [9] では特定の施設が一つではなく複数の場合に拡張した配送問題を扱っている．また，Salhi らの研究 [10] と Lahyani らの研究 [11] では輸送車が 1 種類ではなく，異なる積載量の輸送車で配送する場合の配送問題を扱っている．さらに，Garcia-Najera と Bullinaria の研究 [12] や Vidal らの研究 [13] では顧客の荷物の回収に時間制約を与えた配送問題を扱っている．特に，[13] では複数の施設かつ荷物の回収に時間制約を与えた場合でも対応できることが言及されている．

本研究は配送計画問題を大幅に拡張したものと考えられる．配送計画問題では特定の施設に全ての荷物を回収する問題であるため輸送車と荷物の目的地点は特定の施設に絞られる．しかし，本研究では輸送者と荷物の目的地点が全ての地点でも可能であるという点で異なっている．また，時間制約については荷物だけではなく輸送する側にも存在している点でも異なっている．

また，合流を考慮した経路最適化問題の研究に Zhang らの研究 [14] や Takise らの研究 [15] がある．合流を考慮した経路最適化問題とは，複数のユーザが各々の出発地点から目的地点へ向かうとき経路の途中で合流して移動することに利益があると考え，その合流の利益も考慮した最短経路を決定する問題である．さらに，合流を考慮した問題を派生させたライドシェアリングの研究として Cao らの研究 [16] や Drews らの研究 [17] がある．合流を考慮した問題と異なる点は，合流を考慮した問題はどちらも移動可能であることに対し，ライドシェアリングでは輸送を行う一方のみが移動可能であるという点である．

本研究も合流を考慮した経路最適化問題やライドシェアリングの問題の一種と捉えることができる．例えば，本研究における荷物を客，輸送者をタクシーに変換すればライドシェアリングのように扱うことができる．しかし，一般的なライドシェアリングでは一台のタクシーが客を目的地点まで運びきることに対し，本研究では複数の輸送者が中継して輸送することも可能としている点で異なっており，[14] [15] [16] [17] よりも計算時間が大きくなると予想される．

3 中継可能な協調型輸送モデル

本研究では，前持って準備された荷物及び輸送者のデータに対して，全ての荷物を輸送することのできる計画を求めるバッチ処理を対象としている．なお，輸送者は必ず決定した計画には従うと仮定している．3.1 節では，我々が新しく提案した中継可能な協調型輸送モデルにおける問題の入力となる道路情報・荷物・輸送者と，問題の出力となる輸送計画の定義を行い，その後輸送計画の最適性を議論するために，システム側 (配送サービス会社など) の利益の定義をしている．3.2 節では，以上に基づく問題の定式化のまとめを行っている．

3.1 問題の定式化のための定義及び制約

まず，問題の入力となる道路情報，荷物とその時刻制約，輸送者とその時刻制約の定義を与える．

定義 1. [道路情報 (グラフ)] 道路情報は有向グラフ $G(V, E)$ と表す．各辺 $e \in E$ の始点を $v_s(e) \in V$ と表し，終点を $v_d(e) \in V$ と表す．ただし，全ての輸送者は同じ速度で移動し，その速度を維持し続けるとする．よって，ある辺を通過する時間をその距離に比例した値とみなすことできる．このことより，各辺 e の時間を $w(e) > 0$ と表す．節点 v から v' にその節点間の最短経路で移動するために要する時間を $W(v, v') > 0$ と表す．

定義 2. [荷物と時刻制約] 荷物の集合を B と表す．荷物 $b_i \in B$ の出発地点を $s(b_i) \in V$，目的地点を $d(b_i) \in V$，荷物が輸送可能となる時刻を $t_s(b_i)$，目的地点に到着しなければない上限時刻を $t_d(b_i)$ とする．

定義 3. [輸送者と時刻制約] 輸送者の集合を U とする．各輸送者 $u_j \in U$ の 出発地点を $s(u_j) \in V$，目的地点を $d(u_j) \in V$，輸送者が移動可能となる時刻を $t_s(u_j)$，目的地点に到着しなければない上限時刻を $t_d(u_j)$，同時に輸送可能な荷物の数を $m(u_j) \geq 1$ とする．

次に，問題の出力は，以下で定義される，全ての荷物を運ぶことのできる輸送計画となる．

定義 4. [輸送計画] 各荷物 $b \in B$ の輸送計画とは，$s(b)$ から $d(b)$ までの輸送経路 p_b と，各辺の移動時刻および担当輸送者の情報からなる．この計画の経路長を $len(p_b)$ で表す．各輸送者 $u \in U$ の輸送計画とは，$s(u)$ から $d(u)$ までの輸送経路 p_u と，各辺の移動時刻，および各辺で運ぶ荷物の情報からなる．この計画の経路長

を $len(p_u)$ で表す．荷物の輸送経路の集合を $P_B = \{p_b \mid b \in B\}$，輸送者の輸送経路の集合を $P_U = \{p_u \mid u \in U\}$ と表す．

この輸送計画が時刻制約を満たすならば，それはこの問題の解となる．この解が最適であるかどうかを議論するには，この輸送計画に対してシステムが得られる利益を定める必要がある．

本研究では一つの荷物を複数人で運ぶ中継を可能とした輸送モデルを考えている．そのため，ある荷物の輸送計画の担当輸送者が二人以上になっても良い．(中継を許さない輸送モデルであるならば，ある荷物の輸送計画の担当輸送者は一人に限られる．

システム側の利益を決定する利益関数を定義するために，まず収入関数と支出関数を定義する．収入関数 Rmd_{in} は各荷物の大きさと最短経路における輸送距離に応じた金額に設定される．つまり収入関数は，荷物の大きさを x，定数を α とすると収入関数は $Rwd_{in}(b, p_b) = \alpha \cdot x \cdot len(p_b)$ $(b \in B)$ となる．一方，支出関数 Rwd_{out} は 2 種類の方法が考えられる．一つ目の方法は，輸送者が荷物を輸送するために要した移動距離のみに応じて金額を設定する方法で，各輸送者は輸送計画で移動する距離に比例したものが報酬となる．このときの支出関数は，定数を β とすると支出関数は $Rwd_{out}(u,p_u) = \beta \cdot len(p_u)$ $(u \in U)$ となる．もう一つの方法は，輸送者が荷物を輸送するため要した移動距離だけでなく輸送者の元々の移動距離も考慮して金額を設定する方法で，各輸送者の報酬は輸送計画で移動した距離から出発地点から目的地点までの移動距離を引いた距離に比例するものになる．つまり，このときの支出関数は，定数を β' とすると支出関数は $Rwd'_{out}(u, p_u) = \beta'(len(p_u) - w(s(u), d(u)))$ $(u \in U)$ となる．

この二つの関数にはどちらにもメリット・デメリットが存在する．前者は元々の移動距離が長い輸送者が報酬を得やすくなっており，後者は元々の移動距離が短い輸送者が報酬を得やすくなっている．後ほど命題 6 で説明するが，最適化は前者・後者どちらの場合でも成立している．本研究では前者を支出関数として利益関数を定義する．

以上より，システム側にとっての利益関数 Rwd は次のように定義される．

定義 5. [利益関数]

$$Rwd(P_B, P_U) = \sum_{b \in B} Rwd_{in}(b, p_b) - \sum_{u \in U} Rwd_{out}(u,\ p_u)$$

$$where\ \ P_B = \{p_b | b \in B\}, P_U = \{p_u | u \in U\} \tag{1}$$

3.2 最適化問題

前節より，この研究で考えた問題は次のように定式化される．

入力 道路情報 $G(V, E)$, 荷物集合 B と各荷物 $b_i \in B$ の出発・目的地点 $s(b_i)$， $d(b_i)$ およびそれらにおける時刻制約 $t_s(b_i)$，$t_d(b_i)$，輸送者集合 U と各輸送者 $u_j \in U$ の出発・目的地点 $s(u_j)$，$d(u_j)$ およびそれらにおける時刻制約 $t_s(u_j)$， $t_d(u_j)$

出力 各荷物及び各輸送者の輸送計画

目的関数 最大化 $Rwd(P_B, P_U)$

問題を簡単にするため，本論文では次の二つを条件設定として加えた．

Ⅰ 荷物の輸送経路は出発地点と目的地点を結ぶ最短経路 (複数ある場合は予め定めた最短経路) に限定する

Ⅱ 中継が出来る場所を限定し，各荷物の輸送経路を等分割した節点のみにする

Ⅲ 各輸送者 u が一度に輸送できる積載荷物数 $m(u)$ は $m(u) = 1$ に限定する

我々は条件設定 Ⅰ は合理的だと考えている．条件設定 Ⅱ についても，どこでも荷物が中継できるよりいくつか限定された場所 (例えばコンビニエンスストアなど) で中継する方が自然であり合理的だと考えている．また，条件設定 Ⅲ がない問題にアルゴリズムが拡張できるとも考えている．

4 厳密解アルゴリズム

4.1 利益関数の性質

利益関数の性質を利用して次節からの議論で用いる目的関数を簡単化する．問題設定で与えられた荷物は全て輸送するため，次の命題が成り立つ．

命題 6. 荷物と輸送者の輸送経路が決定すれば，目的関数の値は各経路の辺の輸送時刻割当てに依らず変化しない．

Proof. 与えられた荷物は全て輸送するため収入関数の値が固定される．したがって，目的関数が以下のように表せる．

$$\min_{P_U} R\hat{w}d(P_U) = \min_{P_U} \sum_{u \in U} Rwd_{out}(u, p_u) \tag{2}$$

支出関数は輸送者の輸送経路のみに依存し値が決まる．そのため，もし荷物と輸送者の輸送経路が決定していれば，輸送時刻割当てに関わらず目的関数の値は決定される．これは定義 5 で述べた支出関数 Rwd'_{out} の場合でも成立する． □

以降，目的関数を $R\hat{w}d$ の最小化として議論を進めていく．

4.2 考えられる輸送経路の列挙

本研究の問題を解く，つまり荷物及び輸送者の輸送計画を決定するにはそれぞれ通る経路とその時刻とそれらの担当を決定する必要がある．まず，経路の決定であるが，荷物の経路は場合は条件設定 Ⅰ により固定されている．したがって輸送者の経路が問題となるが，各輸送者にどの荷物のどの辺が割り当てられるか決定しただけでは，経路は一意に定まらない．各輸送者が，どういう順序で，どの荷物のどの辺を運ぶかを決定すれば経路が決定される．これを表すのが後に定義する “辺順序割当て” である．本節では辺順序割当てを定義するために “輸送順序” と “輸送組合せ” の二つについて述べる．

定義 7. [荷物の輸送順序] 荷物の輸送経路の辺の順番を “荷物の輸送順序” と呼ぶ．荷物 b_i の輸送順序が k 番目の辺を e^b_{ik} とする．

ただし，各荷物の輸送順序は条件設定 Ⅰ により固定されていることの注意されたい．

定義 8. [輸送組合せ] 輸送者が荷物の輸送経路のある辺を割り当てられたとき，その輸送者と辺との組を “輸送組合せ” と呼ぶ．

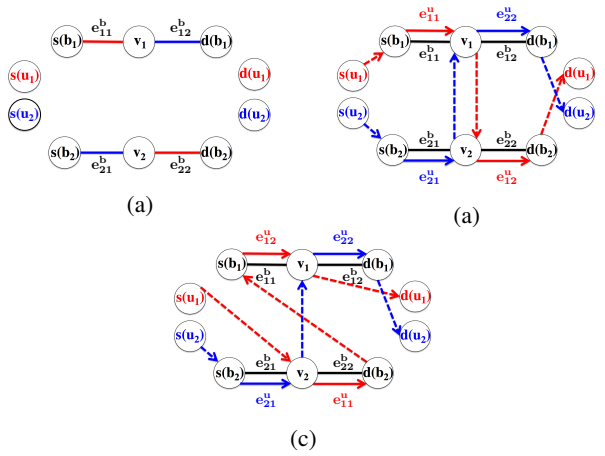


図 2　輸送組合せと輸送順序

図 2 の (a) でグラフ G における輸送組合せの例を挙げる．これらの図おいて，グラフ G は実線で示した e^b_{11}，e^b_{12}，e^b_{21}，e^b_{22} の 4 つ辺しか存在しないが，G には他に多くの辺があるものとしている．また，赤色の辺の e^b_{11} と e^b_{22} は輸送者 u_1 が割り当てられた辺とし，青色の辺の e^b_{12} と e^b_{21} は u_2 が割り当てられた辺とする．このときの輸送組合せを考えると，u_1 については (u_1, e^b_{11}) と (u_1, e^b_{22}) の輸送組合せがある．同様に u_2 について考えると，(u_2, e^b_{21}) と (u_2, e^b_{12}) の輸送組合せがある．

荷物の輸送経路の辺と輸送者との輸送組合せが全て決定すれば，各輸送者が割り当てられた辺をどの順序で輸送するか決める必要がある．この順序を “輸送者の輸送順序” と呼ぶ．

定義 9. [輸送者の輸送順序] 輸送者 u_j が $e_{j1}, e_{j2}, \ldots$ の順序に沿って輸送を行うとき，これを輸送者 u_j の輸送順序と呼ぶ．輸送者 u_j の輸送順序が ℓ 番目の辺を $e^u_{j\ell}$ とする．

図 2 の (b) で輸送者の輸送順序の例を示している．ただし，点線は節点間の最短経路を示している．ここで，u_1 は赤色の経路に沿って $s(u_1)$ から $d(u_1)$ に進む．ただし，$e^u_{11} = e^b_{11} = e_1$ であるが，荷物 b_1 の輸送順序と輸送者 u_1 の輸送順序を区別するため e_1 に 2 つの線で表している．同様に，e_2，e_3，e_4 でも 2 つの線で表している．したがって，u_1 は e_1 で最初に輸送を行い，2 番目に e_4 で行う．そのため，$e^u_{11} = e_1$，$e^u_{12} = e_4$ となる．一方，u_2 は青色の経路に沿って $s(u_2)$ から $d(u_2)$ に進むため，$e^u_{21} = e_3$，$e^u_{22} = e_2$ である．このように輸送順序が決定されることで輸送者の輸送経路が決定され，赤色と青色の経路はこの図における u_1 と u_2 各々の輸送経路を示している．

ここで注意するべきことは，輸送組合せが全て決まったとき，その輸送組合せについて複数の輸送者の輸送順序が存在しえることである．そのことの例を図 2 の (b) と (c) で挙げる．(b) と (c) の輸送組合せは共に (u_1, e^b_{11})，(u_1, e^b_{22})，(u_2, e^b_{12})，(u_2, e^b_{21}) である．しかし，輸送者 u_1 の輸送経路に注目すると，(b) では e_1 から e_4 の順序で輸送しているのに対し，(c) では e_4 から e_1 の順序で輸送している．つまり，(b) において e^u_{11} は e_1 であるが，(c) においては e_4 となっており，(b) での輸送者の輸送順序と (c) での輸送者の輸送順序が異なっている．したがって，輸送者の輸送経路を決定するためには，考えられる全ての輸送組合せを列挙したあと，さらに各輸送組合せで考えられる全ての輸送者の輸送順序合を列挙する必要がある．

以下，輸送組合せと輸送順序の列挙方法についてまとめる．まず，輸送組合せを全列挙する．ただし，全ての荷物の輸送順序は最短経路に固定されることに注意して欲しい．そのため，荷物の輸送順序の各辺において，各輸送者を割り当てていくことができる．したがって，輸送者の数を $|U|$ とし全ての荷物の輸送順序の辺の数を $|E'|$ としたとき，輸送組合せ集合は $|U|^{|E'|}$ 通り考えられる．

次に，輸送者の輸送順序を全列挙する．決定した輸送組合せにおける各輸送者が担当する辺の順序の順列を考えることで全列挙することができる．この順列は各輸送者ごとに考える必要があるため，u_j が担当する辺の数を $|E_{u_j}|$ とすると，輸送者の輸送順序は合計で $|E_{u_1}|! * |E_{u_2}|! * \cdots |E_{u_{|U|}}|!$ 通り考えられることになる．

4.3　輸送順序関係グラフ

上記で説明したようにすることで輸送組合せと輸送順序を全て列挙することが可能となった．輸送組合せと輸送順序が決定すれば，時刻割当てを除いて P_B と P_U を決定できる．しかし，時刻割当てを考えると実行不可能な場合がある．そのような組を見つけるために，我々は “輸送順序関係グラフ” を定義する．まず，そのグラフの節点として “辺順序割当て” を定義する．これは輸送組合せと輸送順序を詳細に説明したものである．

定義 10. [辺順序割当て] 辺 e^b_{ik} が $e^u_{j\ell}$ である，つまり u_j の輸送順序において ℓ 番目の辺が e^b_{ik} であるとき，その辺の関係を “辺順序割当て” と呼び，$a(i, k, j, \ell)$ と表す．この辺順序割当て a おいて，$e^b_{ik} = e^u_{jl}$ を e_a で表す．さらに全ての辺順序割当ての集合を A とする．

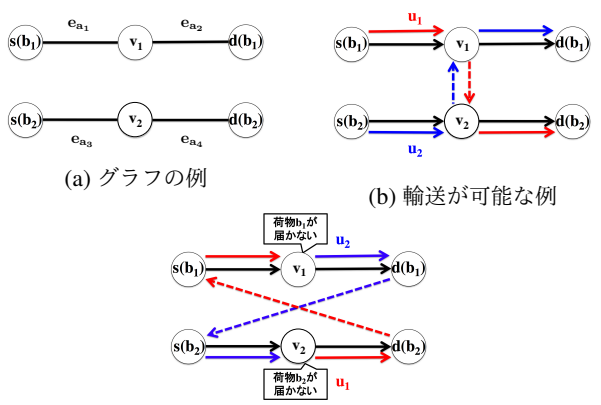
辺順序割当ての例として，図 2 の (b) を挙げる．辺 e_1 は荷物の輸送順序においては e^b_{11} であり，輸送者の輸送順序においては e^u_{11} である．したがって，辺順序割当ては $a_1(1, 1, 1, 1)$ となり，図 2 の (a) で $e_{a_1} = e_1$ と表される．他の辺でも同様にして，$a_2(1, 2, 2, 2)$ は $e_{a_2} = e_2$ と表わされ，$a_3(2, 1, 2, 1)$ は $e_{a_3} = e_3$ と表わされ，$a_4(2, 2, 1, 2)$ は $e_{a_4} = e_4$ と表わされる．

辺順序割当てが定義したので，辺順序割当てと辺順序割当て同士の関係を表す “輸送順序関係グラフ” を定義する．

定義 11. [輸送順序関係グラフ] 与えられた全ての辺順序割当ての集合を A とすると，有向グラフ $H(A)$ を A の “輸送順序関係グラフ” と呼ぶ．ただし，有向辺は二つの辺順序割当て $a(i, k, j, \ell)$ と $a'(i', k', j', \ell')$ が次の [A]，[B] のいずれかの条件満たした場合に $a \to a'$ の向きで接続する．

A　e_a と $e_{a'}$ で輸送される荷物が同じであり，その荷物の輸送順序において e_a で輸送されたあと $e_{a'}$ で輸送される場合．すなわち $i = i'$ and $k + 1 = k'$.

B　e_a と $e_{a'}$ で輸送する輸送者が同じであり，その輸送者の輸送順序において e_a で輸送したあと $e_{a'}$ 輸送する場合．すなわち $j = j'$ and $\ell + 1 = \ell'$.



(a) グラフの例

(b) 輸送が可能な例

(c) 輸送が不可能な例

図 3　輸送が可能/不可能な例

ここで，A が決定したとするとそのとき輸送順序関係グラフも決定される．さらに，輸送計画のうち輸送時刻を除いた輸送経路と各辺の担当荷物・輸送者が決定される．ゆえに，輸送順序関係グラフの与えられた輸送時刻が整合性の取れたものか確認するため，“整合した輸送時刻割当て” を定義する．

定義 12. [整合した輸送時刻割当て] 輸送順序関係グラフ $H = (A)$ が決定されたとする．定義 11 の条件 [A]，[B] のいずれかを満たした a，$a' \in A$ において，次の式が成立した場合，辺順序割当て集合 A の輸送時刻割当てを “整合した輸送時刻割当て (Consistent Time Assignment)” とする．(CTA と略記する．)

$$t_d(e_a) \leq t_s(e_{a'}) \tag{3}$$

上記で述べたように，与えられた輸送順序関係グラフに CTA が存在しない場合がある．そのような例を図 3 の (a) から (c) で例に挙げる．(a) は荷物 b_1 と b_2 の出発地点と目的地点及び輸送経路が表している．(b) と (c) の赤矢印と青矢印は輸送者 u_1，u_2 の輸送経路を表している．ただし，実線は節点間の辺を表し，点線は節点間の最短経路を表している．

(b) と (c) では輸送組合せが同じであるが，輸送順序が異なるため輸送経路が異なる場合を表している．このとき，(b) では 2 人の輸送者が二つの荷物それぞれの出発地点から輸送が始まっている．そのため両者が中間地点まで輸送して中継し輸送することが可能である．一方，(c) の場合は両者の輸送が中間地点から始まってる．そのため輸送が開始されるには荷物が中間地点に荷物が届く必要がある．しかし，両者が荷物を待っている状態のため輸送が輸送が開始されず輸送不可能である．

本論文では輸送順序関係グラフに CTA が存在しないとき，輸送順序関係グラフが “矛盾している” と呼んでいる．これはコンピュータ科学におけるデットロックの状態に相当する．我々は輸送順序関係グラフが有向非巡回グラフ (DAG) ではなければ矛盾していることを証明した．ただし，証明については [?] の論文を参照されたい．

補題 13. $H(A)$ を辺順序割当て集合 A とそれに対応する輸送前後関係集合 R の輸送順序関係グラフとする．もし H が DAG でないならば，そのとき H は矛盾している．

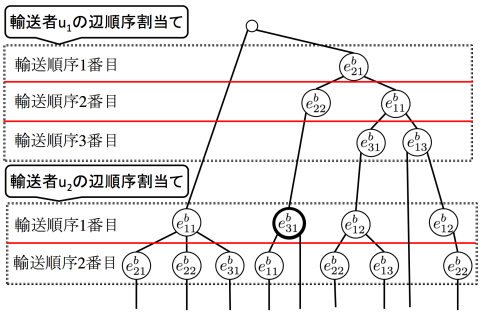


図 4　探索木の例

補題 13 より輸送が不可能な A を取り除くことが可能となる．ここから貪欲アルゴリズムを使うことで輸送時刻割当てを判定し決定し，最適解となる A を見つけることができる．この貪欲アルゴリズムの詳細については [18] の論文を参照されたい．

4.4　輸送経路の列挙の効率化

前節で提案した手法により中継可能な協調型輸送における厳密解は求めることが可能になった．しかし，この手法では非常に小さい規模でしか動かすことができず，また小規模であっても計算時間が大きくなりすぎてしまう．この問題を改善する方法として，探索木を作成し枝刈りすることで全ての辺順序割当て集合を列挙する手法を考案した．その探索木の例として，図 4 にその一部を挙げる．点線の各枠組みはどの輸送者の辺順序割当てを決定しているか表し，図のように輸送者 $u_1, u_2 \cdots$ の順に決定し，各ノードは輸送者がどの辺を担当するかを表している．また，点線の枠内での高さが各輸送者の輸送順序を表している．以上のこと組み合わせることにより各ノードで辺順序割当てを決定することができる．例えば図 4 の太枠のノードように，輸送者 u_2 の枠内で輸送順序 1 番目の部分に e^b_{31} のノードある場合，そのノードでは辺順序割当て $a(3, 1, 2, 1)$ が決定されたことを意味する．この探索木での根から葉まで道それぞれが一つの辺順序割当て集合，つまり輸送者の輸送経路に対応している．ここで，図では点線の枠組み内での高さが異なっている場合があるが，これは各輸送者が担当する辺の数は定まっていないためである．そのため，図の左側のような輸送者 u_1 がどれも担当せず，根の子ノードが輸送者 u_2 の辺順序割当てとなる場合もある．

次に探索木の作成方法について説明する．探索木の各ノードにはまだ担当が決まっていない荷物の輸送経路の辺集合を E_b と現時点で決まっている辺順序割当て集合 $\hat{A}$ を状態として持ち，これらを基に考えれる子ノードを全て作成していく．子ノードの作成には大きく 2 種類ある．それは子ノードの輸送者と基のノードの輸送者が同じであるかである．図 4 で考えると，このことは点線の枠組み内で子ノードを作るか枠組みを超えて子ノード作るかの場合分けとなる．同じ輸送者，つまり同じ枠組み内であれば輸送順序を 1 増やして辺順序割当てを決定し，異なる輸送者，つまり枠組みを超える場合は輸送順序を 1 番目にして辺順序割当てを決定する．このようにして辺順序割当てが決まれば，基のノードの E_b から担当を決めた辺を除き，$\hat{A}$ に新しく決定された辺順序割

Algorithm 1 探索木の作成

1: $\hat{A} = \phi$
2: make_tree$(E_b, \hat{A}, 0, 1)$
3: **procedure** MAKE_TREE$(E_b, \hat{A}, j, \ell)$
4: **if** $j < |U|$ **then**
5: make_tree$(E_b, \hat{A}, j+1, 1)$ ▹ 新しい輸送者の場合
6: **for** $\forall e^b_{ik} \in E_b$ **do**
7: **if** 枝刈り基準を満たさない **then**
8: make_tree$(E \backslash \{e\}, \hat{A} \cap \{a(i,j,k,\ell)\}, j, \ell+1)$(同じ輸送者の場合)
9: **end if**
10: **end for**
11: **else**
12: **if** $E_b = \phi$ **then**
13: 最適解となり得る辺順序割当て集合として A を出力
14: **end if**
15: **end if**
16: **end procedure**

当てを加えた状態を子ノードの状態とする．これらの操作を E_b が空集合となるまで繰り返すことで全ての辺順序割当て集合を列挙する．また，各辺順序割当てが決定されたときに，それが最適解となり得るのかを判定し枝刈りをしている．この枝刈りについては 4.5 節にて説明する．本研究の探索木は深さ優先で作成している．これは 4.5.2 節で説明している上限コストを計算するには全ての辺の担当を決めきらなければ計算が不可能であるためである．以上で説明した手法の詳細について Algorithm1 で示す．

4.5 探索木の枝刈り

本研究の探索木は枝刈りを複数種類行っている．枝刈りは各ノードで辺順序割当て a が決定するときに時刻・コスト・輸送順序のそれぞれの観点から最適解とならないか判定している．以降それぞれの枝刈り条件について説明する．

4.5.1 時刻に関する枝刈り

時刻による枝刈りは担当することが不可能な輸送者と辺のペアを考える方法である．例えば，ある辺 e^b_{ik} を輸送者 u_j が担当することになったとする．各輸送者には目的地 $d(u_j)$ に辿り着かなければならない時刻があり，u_j の場合は $t_d(u_j)$ となる．そのため，u_j と e^b_{ik} の位置関係によっては，最も早く輸送しても $t_d(u_j)$ に間に合わない場合がある．すなわち，移動可能となる時刻 $t_s(u_j)$ に出発地点 $s(u_j)$ から最短経路で e^b_{ik} の始点へ向かい，輸送した後に最短経路で目的地 $d(u_j)$ へ移動する場合である．この場合は輸送が不可能であるため最適解となり得ないことがわかり，枝刈りをすることができる．上記のことを簡単に表した図が図 5 である．また，この輸送者と辺の組み合わせは探索きを作成する前に予め作ることができるため，この枝刈りを行うために計算時間が大きく増えることはないと考えられる．

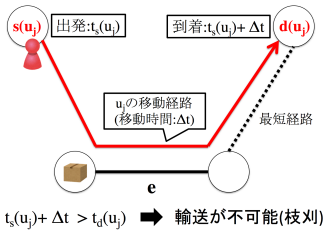


図 5 最も早い輸送の例

4.5.2 コストに関する枝刈り

コストに関する枝刈りは辺順序割当てが決定する度に現状での最低限のコスト (下限コスト) を計算し，最適解であれば必ず越えないコスト (上限コスト) と比較し枝刈りを行っている．ただし，コストとは目的関数の値のことである．

上限コストの初期値は，中継を許さない輸送モデルでの最適解のコストとしている．これは，本研究のモデルである中継を許した輸送モデルは中継を許さない輸送モデルよりもコストが大きくなることはないからである．もし，中継を許さない輸送モデルで輸送ができない場合は上限コストの初期値を $+\infty$ とした．また，探索中に辺順序割当て集合 A から成る輸送経路のコストが現状の上限コストよりも良い値であった場合は上限コストを更新し，より効率的に枝刈りをするようにしている．

次に下限コストについて説明する．下限コストは探索木の各ノードで，既に決まった輸送順序割当て集合 $\hat{A}$ とまだ担当が決まっていない辺集合 E_b の二つ状態から計算している．本研究では二つの下限コスト関数 $Cost_1(\hat{A}, E_b)$，$Cost_2(\hat{A})$ を使い，各ノードにおいて値が大きい方をそのノードでの下限コストとしている．

$Cost_1(\hat{A}, E_b)$ はまだ担当が決まっていない辺を考慮したものである．これは，既に決まった辺順序割当て集合 $\hat{A}$ の部分を各輸送者が輸送したときにかかるコストとまだ決まっていない辺集合 E_b の重みの和を合わせたものである．輸送者 u_j が辺順序割当て $a(i,k,j,\ell)$ の輸送をするときにかかるコスト $c(a)$ は，a の一つ前の辺順序割当て $a'(i',k',j,\ell-1)$ の辺 $e_{a'}$ の終点から e_a の始点まで移動距離と荷物を輸送する距離の合計であるため，次のような式となる．ただし，$\ell = 1$ のときは輸送者は初期値の出発地点から向かうため $v_d(e_{a'} = s(u_j))$ とする．

$$c(a) = W(v_d(e_{a'}), v_s(e_a)) + w(e_a) \tag{4}$$

式 (4) を使い，$Cost_1(\hat{A}, E_b)$ を表すと式 (5) のようになる．

$$Cost_1(\hat{A}, E_b) = \sum_{a \in \hat{A}} c(a) + \sum_{e \in E_b} w(e) \tag{5}$$

一方 $Cost_2(\hat{A})$ は担当が決まっている辺のみを考慮したものである．これは，現状で決まっている辺順序割当て集合 $\hat{A}$ で全ての荷物の輸送が終わったと仮定して，そのときの全ての輸送経路のコストを考える．$\hat{A}$ より定まった輸送経路集合を $\hat{P_U}$ とすると，$Cost_2(\hat{A})$ は式 (5) のようになる．

$$Cost_2(\hat{A}) = \sum_{p_u \in \hat{P_U}} len(p_u) \tag{6}$$

本研究で二つの下限コストの使用した理由は探索木作成において根に近いノードと葉に近いノード両方において効率的に枝刈りをするためである．根に近いノードではまだ担当が決まっていない辺が多くあるため，$Cost_1(\hat{A}, E_b)$ の値が大きくなりやすい．一方，葉に近いノードではほとんどの辺の担当が決まっているため，輸送が行う輸送者の目的地点までの帰路を考えた $Cost_2(\hat{A})$ の方が値が大きくなりやすい．このようにできる限り下限コストの値を大きくなるようにし，枝刈りがより多く行われるようにしている．

4.5.3 輸送順序に関する枝刈り

輸送順序に関する枝刈りは補題 13 を利用した枝刈りである．新しく辺順序割当てが決定したとき，その辺順序割当てを含めた現段階での辺順序割当て集合 $\hat{A}$ から輸送順序関係グラフを作成し，そのグラフが矛盾しているかどうかを判定する．矛盾していれば補題 13 より輸送不可能であるため枝刈りを行う．

5 実験

この章では，次の二つの目的で実験を行なった．一つ目の目的は中継可能な輸送モデルが中継を許さない輸送モデルに比べ有用であるかであり，この実験結果は 5.1 節で詳細を述べている．二つ目は探索木の枝刈りを利用した手法が我々のアルゴリズムで計算時間を減らすことに有用であるかであり，5.2 節で実験結果について詳細を述べている．

これらの実験には OS が Mac OS High Sierra，CPU が Intel Core i5 1867MHz，メモリが 8GB であるコンピュータを使用し，C++ (gcc 4．2．1) を用いて行なった．

5.1 中継の有用さの実験

中継可能な輸送モデルの方が中継を許さない輸送モデルに比べ有用であることを確認するため実験を行った．実験で使用した道路ネットワークは京都市の道路ネットワークを使用し，それはおよそ北大路通り・川端通り・丸太町通り・白川通りの四つの通りに囲まれたものである．サンプルは次のデータセットより作成した．

- $V = 8556$，$E = 10168$ の道路情報グラフ．
- $s(u)$ と $d(u)$ はランダム，$t_s(u)$ と $t_d(u)$ は 0〜10,000 の範囲でランダム．ただし，$t_s(u)$ と $t_d(u)$ で最低でも 3,000 の間隔を空けている．
- $s(b)$ と $d(b)$ はランダム，$t_s(b)$ は 0〜3,000 の範囲でランダム，$t_d(b)$ は 7,000〜10,000 の範囲でランダム．
- 利益関数の定数 β は $\beta = 1$ に設定．

実験には，それぞれの荷物数・輸送者・中継点の限定数の場合で 10 個のサンプルを作成し，その 10 個の各サンプルで全輸送者が移動する距離を比較した．その実験結果を表 1 に示す．ただし，“中継のみ” というのは中継可能な輸送モデルの場合のみで輸送が行えたサンプルの数である．

表 1 より，中継可能な輸送モデルでしか輸送が行えないサンプルが存在していることがわかった．また，中継可能な輸送モデルの方が中継を許さない輸送モデルに比べて輸送者の平均移動距離が短いこともわかった．これらのことから，我々の提案したモデルが有用であると言える．

表 1　中継の有用さの実験

荷物数	4	3	2
輸送者数	4	4	4
中継点の限定数	2	3	4
中継をしたサンプル数	6	5	2
中継のみ	3	2	1
中継なしの平均移動距離	13,126	9,733.3	8,567
中継をした平均移動距離	14,074.3	11,136.7	9,221
減少率 [%]	6.7	12.6	7.1

表 2　輸送順序の枝刈りの実験

	サンプル 1	サンプル 2	サンプル 3
荷物数	3	2	3
輸送者数	3	3	4
中継点の限定数	2	4	2
荷物の輸送経路の総辺数	9	10	9
枝刈りなし (sec)	464.9	5,636.8	2,015.0
枝刈りあり (sec)	**121.6**	**355.2**	**640.1**

5.2 枝刈りの効率に関する実験

探索木を枝刈りする手法によって計算時間を減らすことを確認するため，枝刈りをする条件を変えて最適解を導くまでの時間を計測した．各サンプルは 5.1 節と同じデータセットを使用した．

まず，輸送順序の枝刈りに関する実験を行った．実験方法は同じサンプルに対し輸送順序の枝刈りを行う手法と行わない手法とで最適解を求め，実行時間を計測した．その結果を表 2 に示す．これを見ると，輸送順序の枝刈りにより大きく実行時間を抑えることが可能となっている．これから，輸送順序の枝刈りの要と成っている DAG は本研究のモデルにおいて重要な性質であることがわかった．

次に時刻とコストの枝刈りの実験を行った．この実験では輸送順序の枝刈りのみする手法，輸送順序と時刻の枝刈りをする手法，輸送順序とコストの枝刈りをする手法，3 つ全ての枝刈りをする手法の計 4 つの手法での実行時間を比較した．すべての手法で輸送順序の枝刈りを実施した理由は，節で示した通り，最低でも輸送順序の枝刈りを行わなければ極めて小さい規模でしか現実的な実行時間では実験を行うことができないためである．この実験結果の結果が表 3 である．結果より，3 種類全ての枝刈りをした手法が大きく実行時間を抑えることができ，また時刻に比べコストの枝刈りの方が効果が大きいことがわかった．一方，サンプル 3 とサンプル 4 とを見比べると，輸送者数・荷物数・限定数の条件は同じだが全ての枝刈りを使用したときの実行時間が 3 秒と 63 秒とで大きく異なっている．これを調べてみると 4.5.2 節で説明した上限コストの初期値の有無が原因であることがわかった．実際に表 3 よりも大きな規模で上限コストの初期値の有無がどれほど影響するか実験すると表 4 のようになった．このように上限コストの初期の有無により実行時間が大きく異なっている．そのため，これよりも大きな規模での実験を可能にするためには上限コストの初期値の問題を解決するか，更に良い枝刈り手法を考え

表 3　時刻・コストの枝刈りの実験

	サンプル 1	サンプル 2	サンプル 3	サンプル 4
荷物数	3	2	3	3
輸送者数	4	4	5	5
中継点の限定数	2	4	2	2
荷物の輸送経路の総辺数	9	10	9	9
輸送順序のみ (sec)	679.3	2,242.6	2,549.8	2,581.9
輸送順序と時刻 (sec)	556.8	900.4	1,423.0	80.2
輸送順序とコスト (sec)	**8.0**	**16.1**	**1.9**	**129.5**
枝刈り全て (sec)	**11.2**	**12.5**	**3.0**	**63.0**

表 4　上限コストの初期値の実験

	サンプル 1	サンプル 2	サンプル 3	サンプル 4
荷物数	3	3	3	3
輸送者数	8	8	5	5
中継点の限定数	2	2	3	3
荷物の輸送経路の総辺数	9	9	12	12
上限コストの初期値	**あり**	**なし**	**あり**	**なし**
枝刈り全て (sec)	**1.2**	**1,144.8**	**11.2**	**32,732.0**

る必要がある．

6　おわりに

本研究では宅配業者の負担軽減に繋がる新しい輸送モデルとして，一つの荷物を複数人によって中継して輸送するということも考慮した中継可能な協調型輸送モデルを提案し，このモデルの最適化問題の厳密解アルゴリズムを考案した．さらに，この問題には DAG が密接に関係していることも発見し，計算時間を減らすことができた．

本研究では，荷物という物を輸送することについて取り組んだが，ヒッチハイク等の人を輸送する場合にも応用できると考えており，その場合には人の待ち時間も考慮する必要がある．また，将来的に予想されるロボットによる無人輸送にも，ロボット間が連携して輸送するという点で貢献できると考えている．

しかし，現状いくつかの現実的ではない条件設定下における手法となってしまっている．これらの条件設定がない場合にも拡張できる手法についても検討する必要がある．また，実験結果でも述べたようにこれよりも大きな規模でも動かすには上限コストの初期値の設定や更に効率的の良い列挙方法の考案が求められる．今後としては，これらの問題解決のためヒューリスティックな手法も検討に入れつつ取り組んでいきたい．

参考文献

[1] Y. Jiang, J. Shang, Y. Liu, and J. May. Redesigning promotion strategy for e-commerce competitiveness through pricing and recommendation. *International Journal of Production Economics*, Vol. 167, No. 3, pp. 257–270, 2015.
[2] G. Mallapragada, S. R. Chandukala, and Q. Liu. Exploring the effects of “what” (product) and “where” (website) characteristics on online shopping behavior. *Journal of Marketing*, Vol. 80, No. 2, pp. 21–38, 2016.
[3] X. Xu, C. L. Munson, and S. Zeng. The impact of e-service offerings on the demand of online customers. *International Journal of Production Economics*, Vol. 184, No. 2, pp. 231–244, 2017.
[4] D. Yan, Z. Zhao, and W. Ng. Efficient algorithms for finding optimal meeting point on road networks. *Proceedings of the VLDB*, Vol. 4, No. 11, pp. 968–979, 2011.
[5] E. Ahadi and M. A. Nascimento. k-optimal meeting points based on preferred paths. *ACM SIGSPATIAL Poster Pater*, 2016.
[6] G. B. Dantzig and J. H. Ramser. The truck dispatching problem. *Management Science*, Vol. 6, No. 1, pp. 80–91, 1959.
[7] G. Nagy and S. Salhi. Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. *European journal of operational research*, Vol. 162, , 2005.
[8] W. Ho, G. T. S. Ho, P. Ji, and H. C. W. Lau. A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 21, , 2008.
[9] B. Yu, Z. Z. Yang, and J. X. Xie. A parallel improved ant colony optimization for multi-depot vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 62, No. 1, pp. 183–188, 2011.
[10] S. Salhi, A. Imran, and N. A. Wassan. The multi-depot vehicle routing problem with heterogeneous vehicle fleet: Formulation and a variable neighborhood search implementation. *Computers & Operations Research*, Vol. 52, , 2014.
[11] R. Lahyani, L. C. Coelho, and J. Renaud. Alternative formulations and improved bounds for the multi-depot fleet size and mix vehicle routing problem. *OR Spectrum*, Vol. 40, No. 1, pp. 125–157, 2018.
[12] A. Garcia-Najera and J. A. Bullinaria. An improved multi-objective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, Vol. 38, No. 1, pp. 287–300, 2011.
[13] T. Vidal, T. G. Crainic, M. Gendreau, and C. Prins. A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time windows. *Computers & Operations Research*, Vol. 40, No. 1, pp. 475–489, 2013.
[14] X. Zhang, Y. Asano, and M. Yoshikawa. Mutually beneficial confluent routing. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, Vol. 28, No. 10, pp. 2681–2696, 2016.
[15] K. Takise, Y. Asano, and M. Yoshikawa. Multi-user routing to single destination with confluence. *ACM SIGSPATIAL Poster Pater*, 2016.
[16] B. Cao, L. Alarabi, M. F. Mokbel, and A. Basalamah. A scalable dynamic ride sharing system. *Proceedings of the 16th IEEE International Conference on Mobile Data Management (MDM)*, 2015.
[17] F. Drews and D. Luxen. Multi-hop ride sharing. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Combinatorial Search*, 2013.
[18] 藤井貴彬, 瀧瀬和樹, 浅野泰仁, 吉川正敏. 中継可能な輸送モデルの提案. *DEIM*, 2017.